

ESEMPIO) X

Dato un segnale vocale di banda 3200 Hz, lo si vuole convertire in PCM, usando $f_s = 8000$ samples/sec e quantizzatore a 64 livelli. La P_e in ricezione ipotizzata essere 10^{-4} . Calcolare:

a) la banda del segnale PCM corrispondente al primo nullo dello spettro:

poiché $M = 64 \Rightarrow m = 6$ dato che $2^6 = 64$; allora $B = R = m f_s$ si ha:

$$B_{PCM} = 6 \cdot 8000 = 48 \text{ kHz}$$

Se venissero usati impulsi di tipo $\sin x$ avremmo $B = \frac{1}{2} R = 24 \text{ kHz}$.

b) della formula $\left(\frac{S}{N}\right)_{out} = \frac{m^2}{1 + 4(m^2 - 1)P_e} = \frac{64^2}{1 + 4(64^2 - 1)10^{-4}} = 1552.7$

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{out \text{ dB}} = 10 \log_{10} 1552.7 = 31.91 \text{ dB}$$

ESEMPIO) CASO B - A X

Un HD da 20 GB è usato x memorizzare dati PCM; in laboratorio si campiona ad una freq di 8000 Hz con rapporto S/N pari almeno a 30 dB. Quanti ore di conversazione telefonica si possono memorizzare?

Trovando P_e , si ha $\left(\frac{S}{N}\right)_{dB} = 6.02 \cdot m \Rightarrow m = \left\lceil \frac{30}{6.02} \right\rceil = \lceil 4.98 \rceil = 5 \text{ bit}$; quindi

$R = m \cdot f_s = 5 \cdot 8000 = 40000 \text{ Hz} = 40 \text{ kbps}$; per sapere quanti

secondi si possono memorizzare si ha: $40 \text{ kbps} \Rightarrow 5 \text{ kBps}$

$$\frac{5 \cdot 1000}{1000} \cdot t = 20 \cdot (1024)^3 \Rightarrow t = \frac{20 \cdot (1024)^3}{5000} \approx 4.294.967.3$$

$$h = t/3600 \approx 1193 \text{ h}$$

ESEMPIO) CASO B

Un segnale di banda 4.2 MHz deve essere convertito in PCM, inoltre $\left(\frac{S}{N}\right)_{pic} \text{ dB}$ deve essere almeno 55 dB. Calcolare:

a) m ed M nel caso di $P_e = 0 \Rightarrow 55 = 6.02m + 4.77 \Rightarrow m = \lceil 8.343 \rceil = 9 \text{ bit}$

per cui $M = 2^9 = 512$.

b) la velocità in bit: scegliendo $f_s = 2B = 2 \cdot 4.2 \times 10^6 = 8.4 \times 10^6$ samples/sec, quindi

$$R = m \cdot f_s = 9 \cdot 8.4 \times 10^6 = 75.6 \text{ Mbps}$$

c) la banda del primo nullo: $B = R = 75.6 \text{ MHz}$

ESE 1210) *

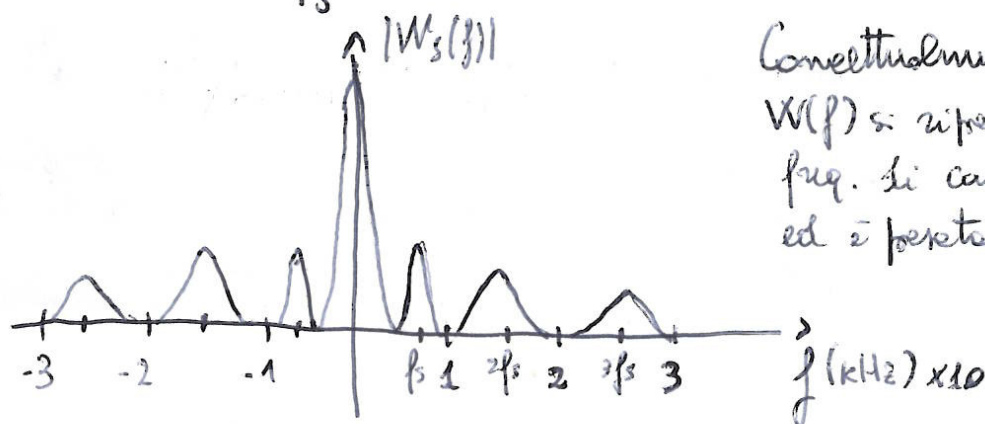
$w(t)$ è convertito in un segnale PAM, avente impulsi rettangolari di durata $100 \mu s$, con freq. di campionamento di $8 kHz$. Supponendo che $W(f) = 2A(f/B)$ con $B = 3 kHz$, calcolare:

a) lo spettro del segnale PAM: Supponiamo che $W_s(f) = \frac{1}{T_s} H(f) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} W(f - k f_s)$ con

$H(f) = \mathcal{F}[h(t)] = \tau \text{Sa}(\pi \tau f)$, quindi:

$$W_s(f) = \frac{1}{T_s} \tau \text{Sa}(\pi \tau f) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} 2A\left(\frac{f - k f_s}{B}\right), \text{ con}$$

$$\tau = 100 \mu s = 100 \cdot 10^{-6} s = 10^{-4} s, \quad \frac{1}{T_s} = 8 \times 10^3 \text{ Hz} \quad \text{e} \quad B = 3 \times 10^3 \text{ Hz}$$

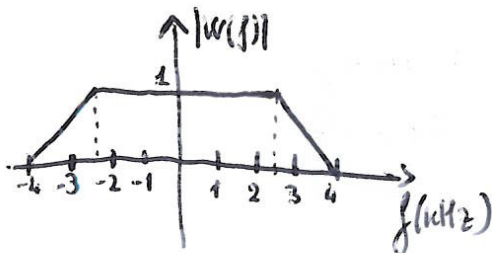


Concettualmente:

$W(f)$ si ripete alle freq. di campionamento ed è pesata da $\tau \text{Sa}(\pi \tau f)$

b) calcolare il valore numerico della banda di primo nullo; il primo nullo, in genere, si ha per $f=B$, cioè a $3 kHz$; nel nostro caso, però, i lobi secondari di $\sin x/x$ non sono trascurabili, per cui si considera la banda di primo nullo di $|\sin x/x|$, cioè $\sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \Rightarrow \pi \tau f = \pi$ (con $k=1$, escluso $k=0$) $\Rightarrow \tau = f^{-1} \Rightarrow f = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{100 \times 10^{-6}} = \boxed{10 \text{ kHz}}$ *

ESE 1210) *



Se questo lo spettro di un segnale analogico, che non è campionato alla frequenza di $10 kHz$ con impulsi di durata $\tau = 50 \mu s$. Trovare lo spettro con campionamento ^(istantaneo) ideale e con campionamento a impulsi rettangolari, rappresentandone graficamente l'autocorrelazione.

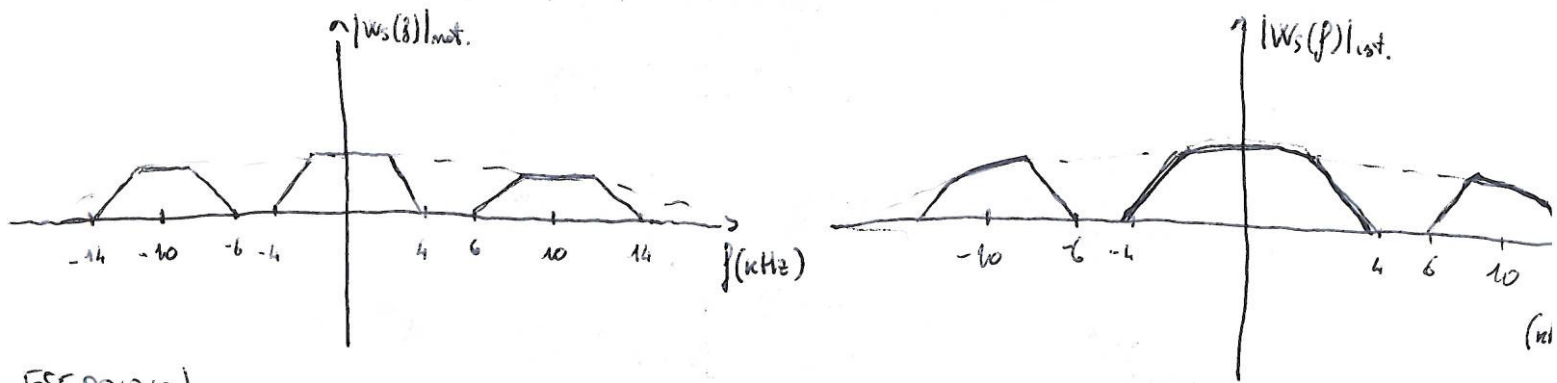
Dunque $B = 4 kHz$, per cui $f_s = 10 kHz$ soddisfa pienamente il criterio di Shannon. Possiamo calcolare il duty cycle (fattore di dritto):

$$d = \tau / T_s = 50 \cdot \frac{10^{-6}}{10 \cdot 10^3} = 0,005 \cdot 10^{-6} \text{ per cui:}$$

$$W_s(f) = d \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \pi m d}{\pi m d} W(f - m f_s) \quad \text{per campionamento naturale}$$

mentre, per il campionamento istantaneo si ha:

$$W_s(f) = \frac{1}{T_s} H(f) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} W(f - k f_s) \quad \text{con } H(f) = \tau \text{Sa}(\pi \tau f)$$



ESEPIO 10) *

Si deve trasmettere una forma d'onda in PCM con accuratezza pari a 0,1% della dinamica picco-picco. Il segnale ha banda di 100 Hz e una dinamica delle ampiezze di +10V. Calcolare:

- a) freq. di campionamento minima richiesta: se $f_s \geq 2B \Rightarrow f_s = 2 \cdot B = 200 \text{ Hz}$
- b) il minimo numero di bit richiesti per la parola PCM: vogliamo realizzare un'accuratezza dello 0,1%. Cioè l'errore massimo che si commette nell'approssimare a livelli decimale di 0,1% di 10V, cioè di 0,01V, poiché questo errore risulta essere pari alla metà della passo di quantizzazione, avremo che $p = 2 \cdot 0,01 = 0,02 \text{ V}$, cioè il passo di quantizzazione; per sapere quanti livelli devo avere per ottenere un passo di 0,02 avrò: $10/H = 0,02 \Rightarrow H = 10/0,02 = 500$, quindi $500 = 2^m \Rightarrow m = \lceil \log_2 500 \rceil = 9$

c) la minima velocità di bit per il segnale PCM: $R = m f_s = 9 \cdot 200 = 1800 \text{ bps}$

d) la banda minima richiesta dal canale x la trasmissione del segnale PCM:

Se si usano impulsi di tipo $\frac{\sin x}{x}$ si ha $B_{PCM} \geq \frac{1}{2} m f_s \Rightarrow B_{PCM} = 900 \text{ Hz}$

Se si usano impulsi rettangolari si ha $B_{PCM} \geq m f_s \Rightarrow B_{PCM} = 1800 \text{ Hz}$ (38)